

# L'astrolabio: costruzione ed uso

di Vittorio Marcelloni (2006)

## 1 - disegno dei cerchi di declinazione

Si tracci la circonferenza di Raggio R. La linea N-S è la linea dei poli, la linea P-Q l'equatore. La proiezione stereografica dell'equatore è un cerchio di diametro P-Q.

Proiezione stereografica dei Cerchi di Declinazione

Come esempio tracciamo la proiezione dei cerchi di  $60^\circ$  ( $\delta$ ) e  $-35^\circ$  ( $-\delta'$ ). Si tracci un arco di angolo  $P-O-P' = Q-O-Q' = 60^\circ$  ( $\delta$ ). Si congiunga il relativo punto sulla circonferenza con il punto S. Le intersezioni di queste due linee  $P''$  e  $Q''$  sono il diametro della proiezione del cerchio di declinazione  $60^\circ$ .

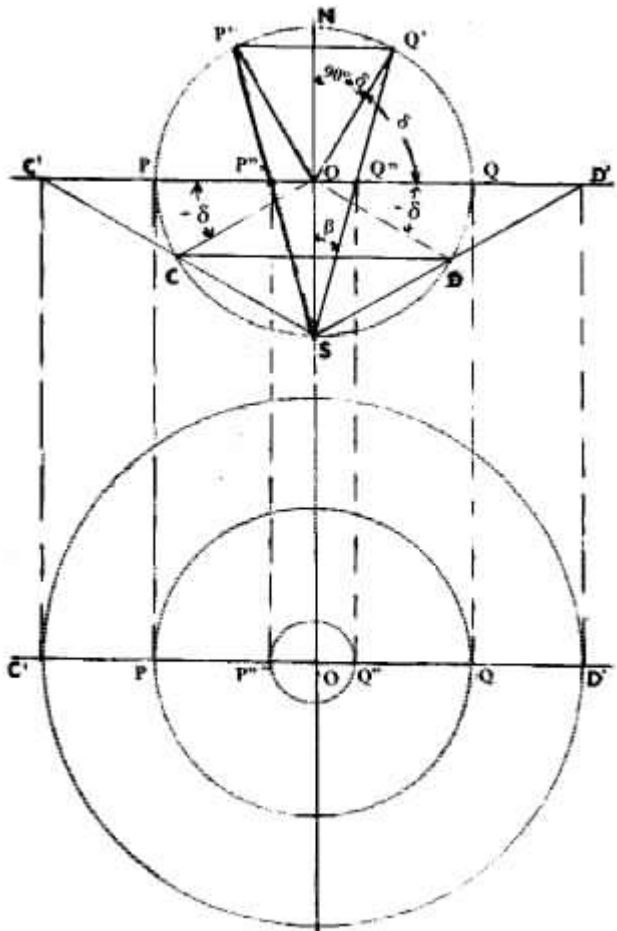
Similmente si tracci un arco  $-35^\circ$  ( $-\delta'$ ). Riuniamo come prima i punti C e D sulla circonferenza con il punto S e l'intersezione sull'equatore  $C'$  e  $D'$  è il diametro del cerchio declinazione  $-35^\circ$ .

Con il calcolo

Prendiamo la corda  $P'-Q'$  e i triangoli  $P'-O-Q'$ , e  $P'-S-Q'$ . Dalla geometria sappiamo che l'angolo  $P'OQ'$  è il doppio di  $P'SQ'$ . Questa relazione sarà vera anche per la loro metà  $NOQ'$  e  $NSQ'$ . Posto  $\delta =$  Declinazione sarà:  $\beta = (90^\circ - \delta)/2$  e l'angolo  $OSQ'' = \beta$ , quindi:

$$O-Q'' = O-P'' = R * \operatorname{tg} \beta = R * \operatorname{tg} \left( \frac{90 - \delta}{2} \right)$$

Questa è la formula per trovare i raggi dei cerchi di declinazione.



## 2 - tracciamento dell'eclittica

Si tracci come al solito un cerchio di raggio R (Equatore). Si tracci un nuovo diametro con angolo uguale a quello che l'eclittica fa con l'equatore ( $\varepsilon = 23.38^\circ$ ); questo diametro interseca il cerchio nei punti P e Q. Si uniscano questi due punti con S: l'intersezione di questi con l'Equatore determina punti P' e Q', che sono il diametro del cerchio dell'Eclittica.

Con il calcolo

Dalla figura si vede che i triangoli P-O-S e Q-O-S sono isosceli per cui sarà:

$$\alpha = (180^\circ - (90^\circ - \varepsilon)) / 2 = (90^\circ + \varepsilon) / 2$$

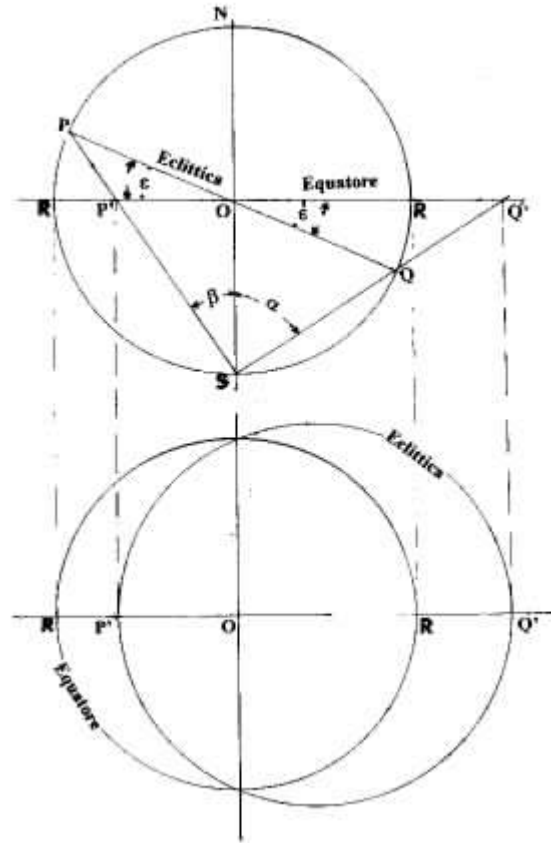
$$\beta = (180^\circ - (90^\circ + \varepsilon)) / 2 = (90^\circ - \varepsilon) / 2$$

Guardiamo ora il triangolo P'-O-S: si trova facilmente che:

$$P'O = R \operatorname{tg} \beta$$

Dal Triangolo Q'-O-S:

$$Q'O = R \operatorname{tg} \alpha$$



### 3 - tracciamento dell'orizzonte

Il procedimento è come per l'eclittica. Si tracci come al solito un cerchio di raggio R (Equatore). Si tracci un nuovo diametro con angolo uguale a  $(90^\circ - \varphi)$  essendo  $\varphi = 43,18^\circ$  la Latitudine di Ancona. Come in precedenza questo diametro interseca il cerchio nei punti P e Q. Si uniscano questi due punti con S. L'intersezione di questi con l'Equatore determina i punti P' e Q', che sono il diametro del cerchio dell'Orizzonte.

Con il calcolo

Dalla figura si vede che i triangoli P-O-S e Q-O-S sono isosceli per cui l'angolo  $\alpha$  sarà:

$$\alpha = (180^\circ - (90^\circ - (90^\circ - \varphi))) / 2$$

$$= (180^\circ - \varphi) / 2$$

$$\beta = (180^\circ - (90^\circ - (90^\circ - \varphi))) / 2$$

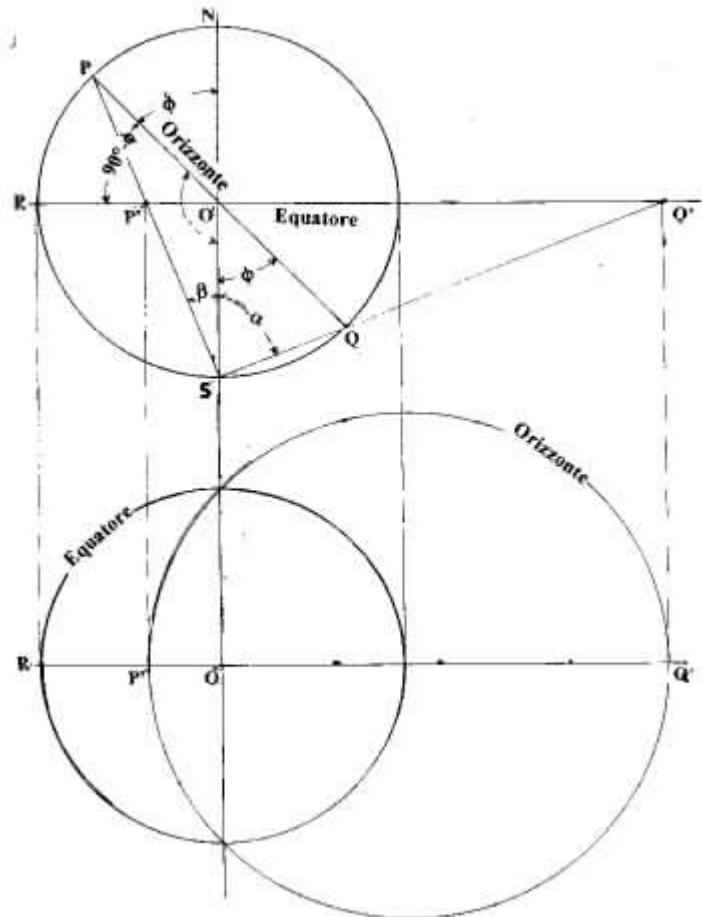
$$= \varphi / 2$$

Guardiamo ora il triangolo P'-O-S. Si trova facilmente che

$$P'O = R \operatorname{tg} \alpha$$

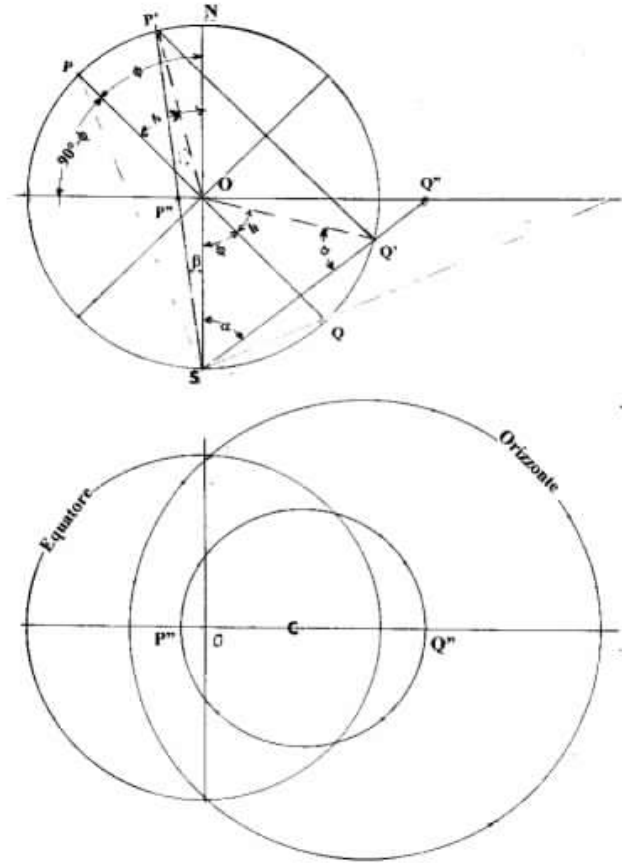
Dal triangolo Q'OS

$$Q'O = R \operatorname{tg} \beta$$



## 4 - disegno dei cerchi di Altezza (Almucantarati)

Ora il cerchio base è l'Orizzonte, quindi il diametro P-Q. Si tracci da questo un angolo  $\text{POP}' = \text{OOQ}' = h$ . La corda P'-Q' è il cerchio di altezza h. Per trovare la sua Proiezione Stereografica si usa il solito sistema: uniamo i punti P' e Q' con S. L'intersezione con l'Equatore determina i punti P'' e Q'' che sono il diametro del cerchio di declinazione.



Con il calcolo

Posto  $\varphi$  = Latitudine e  $h$  = altezza, dalla figura vediamo che il triangolo O S Q' è isoscele per cui

$$\alpha = (180^\circ - (h + \varphi)) / 2$$

Dal triangolo isoscele P'-O-S

$$\begin{aligned} \beta &= (180^\circ - (90^\circ + (90^\circ - \varphi) + h)) / 2 \\ &= (\varphi - h) / 2 \end{aligned}$$

Per cui:

$$\text{O-P}'' = R \operatorname{tg} \beta$$

$$\text{O-Q}'' = R \operatorname{tg} \alpha$$

## 5 - disegno e calcolo degli Azimut

Si tracci il solito cerchio, l'equatore e l'orizzonte con un angolo  $90-\varphi$ . Perpendicolare all'equatore si tiri un diametro, il quale intersecando sulla circonferenza determina i punti N (Nadir) e Z (Zenit). Unendo Z con S e N con S sull'equatore troviamo i punti N', Z' e il loro punto medio C. In proiezione si traccino come al solito i cerchi dell'Equatore e dell'Orizzonte.

Proiettiamo ora i punti N' e Z' sul diametro N' Q' e il punto C, troviamo quindi C. L'asse C-C' è la linea dove si trovano i vari centri C, C', C'' degli archi di Azimut. Per trovare i vari centri, con centro in Z si tiri un semicerchio lo si divida in settori di gradi a piacere, in figura sono  $30^\circ$ , si tiri una linea da Z a questi punti. L'intersezione sull'asse C-C' è il centro dei cerchi Azimutali.

Con il Calcolo

Si tratta di trovare i punti N' Z' e C. Consideriamo il triangolo S-O-Z, è isoscele quindi:

$$\alpha = ( 180^\circ - ( 90^\circ + \varphi ) ) / 2 = ( 90^\circ - \varphi ) / 2$$

Ora il triangolo N-S-Z è rettangolo e  $\alpha + \beta = 90^\circ$ . Quindi  $\beta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - (90 - \varphi) / 2 = (90 + \varphi) / 2$ . Quindi:

$$ON' = R \operatorname{tg} \beta$$

$$OZ' = R \operatorname{tg} \alpha$$

$$C = ( ON + OZ' ) / 2$$

I centri dei cerchi Azimutali sono sull'asse C C. Con un po' di passaggi trigonometrici si trovano i vari centri C, C', ... C'' in funzione del raggio equatoriale R e la latitudine  $\varphi$ . La formula è:

$$C' \dots C'' = ( R \operatorname{cotg} Az ) / \cos \varphi$$

